$$I_{2n+1} = \frac{2n}{2n+1} I_{2n-1}$$

$$I_{2n-1} = \frac{2n-2}{2n-1} I_{2n-3}$$

.

.

.

$$I_3 = \frac{2}{3} I_1 = \frac{2}{3}$$

**On multiplie membre à membre et on simplifie on obtient :**

$$I_{2n+1} = \frac{2n(2n-2)(2n-4)...4.2}{(2n+1).(2n-1)(2n-3)....5.3}$$

$$I_{2n+1} = \frac{2^n.n!}{3.5.7.....(2n-3).(2n-1)(2n+1)}$$

$$I_{2n+1} = \frac{2^n n![2.4.6....(2n-2).(2n)}{2.3.4.5.6....(2n-3)(2n-2)(2n-1).2n.(2n+1)}$$

**d'où** $I_{2n+1} = \frac{2^{2n}(n!)^2}{(2n+1)!}$

**b)** $\frac{I_{2n+1}}{I_{2n}} = \frac{2^{2n}(n!)^2}{(2n+1)!} \cdot \frac{2^{2n}(n!)^2.2}{(2n)!\pi} = \frac{2^{4n}(n!)^4.2}{(2n+1).[(2n)!]^2}$

**c)On a :**

$\lim\limits_{n\to+\infty} \frac{I_{2n+1}}{I_{2n}} = 1$ **donc** $\frac{2}{\pi} . \lim\limits_{n\to+\infty} \frac{2^{4n}(n!)^4}{(2n+1)!.[(2n)!]^2} = 1$ **d'où**

$$\frac{\pi}{2} = \lim_{n\to+\infty} \frac{2^{4n}(n!)^4}{(2n+1)!.[(2n)!]^2}$$

**ce qui donne** $\frac{\pi}{2}$ **est la limite de la suite V définie par :**

**pour tout n de IN :** $V_n = \frac{2^{4n}(n!)^4}{(2n+1)!.[(2n)!]^2}$

Qarray.tn -Aqra Blech- Qarray.tn